

Požiadavky k štátnej skúške
pre študentov trojročného bakalárskeho štúdia učiteľstva matematiky
z MATEMATIKY

Algebra

- **Zobrazenie** – definícia zobrazenia, injektívne, surjektívne a bijektívne zobrazenie, zložené zobrazenie, identické zobrazenie, inverzné zobrazenie.
- **Binárna relácia** – definícia binárnej relácie na množine, reflexívna, symetrická, tranzitívna a antisymetrická relácia, relácia ekvivalencie, rozklad množiny podľa ekvivalencie.
- **Binárna operácia** – definícia binárnej operácie, komutatívnosť, asociatívnosť, distributívnosť, neutrálny prvok, inverzný prvok, štruktúry s jednou operáciou, štruktúry s dvomi operáciami.
- **Polynómy jednej neurčitej nad oborom integrity** – definícia polynómu, korene polynómov, násobné korene, základná veta algebry, reducibilita a korene polynómov v $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$.
- **Deliteľnosť v obore integrity \mathbb{Z}** – definícia relácie „delí“ na množine celých čísel, triviálne a vlastné delitele, prvočísla a zložené čísla, rozklad čísla na súčin prvočísel, delenie so zvyškom, najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok, Euklidov algoritmus, kritéria deliteľnosti číslami 2 až 11.
- **Deliteľnosť polynómov** – definícia relácie „delí“ na množine polynómov, delitele jednotky, asociované polynómy, triviálne a vlastné delitele, reducibilné a ireducibilné prvky, najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok, Euklidov algoritmus.
- **Vektorový (lineárny) priestor** – definícia vektorového priestoru, lineárna kombinácia vektorov, lineárna závislosť vektorov, báza vektorového priestoru, dimenzia vektorového priestoru.

- **Determinanty** – definícia determinantu, Laplaceov rozvoj determinantu, Sarrusovo pravidlo, vlastnosti determinantu, výpočet determinantu, využitie determinantov (výpočet inverznej matice, Cramerovo pravidlo).
- **Matice** – definícia matice, operácie s maticami, elementárne riadkové operácie, riadková ekvivalencia matíc, trojuholníková matica, hodnosť matice a jej výpočet, singularne a regulárne matice a ich determinanty, transponovaná a inverzná matica.
- **Sústava lineárnych rovníc v obore reálnych čísel** – homogénna sústava lineárnych rovníc, nehomogénna sústava lineárnych rovníc, Frobeniova veta, podpriestor riešení homogénneho systému rovníc, metódy riešenia systému rovníc (Gaussova eliminačná metóda, Cramerovo pravidlo).
- **Lineárne zobrazenie** – definícia lineárneho zobrazenia, základná veta o lineárnych zobrazeniach, matica lineárneho zobrazenia, skladanie lineárnych zobrazení, inverzné lineárne zobrazenie.

Diskrétna matematika, Logika a teória množín

- **Výroková logika** – základné pojmy výrokovej logiky (výrok, zložený výrok, logické spojky, výroková formula), de Morganove pravidlá, sémantika výrokovej logiky, tautológia, splniteľná formula.
- **Matematická veta a jej dôkaz** – priamy, nepriamy, sporom, dôkaz ekvivalencie, matematická indukcia, príklady.
- **Predikátová logika** – jazyk predikátovej logiky, formuly predikátovej logiky a ich negácie, základné tautológie predikátovej logiky, príklady.
- **Množiny a ich vlastnosti** – základné pojmy, operácie s množinami, vlastnosti množín, axiomatizácia teórie množín, ekvivalencia množín, rozklad množiny, príklady.

- **Mohutnosť množiny** – základné pojmy, operácie s kardinálnymi číslami, Cantorova veta, konečné a nekonečné množiny, spočítateľné a nespočítateľné množiny, príklady.
- **Usporiadané množiny** – čiastočné a úplné usporiadanie množiny, minimálny a prvý prvok množiny, maximálny a posledný prvok množiny, Haaseovej diagram, príklady.
- **Základné princípy kombinatoriky** – Dirichletov princíp, základy kombinatorického počítania – pravidlo súčtu a súčinu, princíp exklúzie a inklúzie.
- **Základné kombinatorické konfigurácie** – permutácie, variácie a kombinácie, binomická veta, Pascalov trojuholník, rekurzívne metódy, lineárne rekúzie.
- **Základné pojmy teórie grafov** – definícia grafu a podgrafu, špeciálne typy podgrafov (faktor, indukovaný podgraf, sled, ťah, cesta, kružnica, kostra, minimálna a maximálna cesta), súvislosť grafov, motivačné úlohy z teórie grafov.
- **Špeciálne typy grafov** – stromy, kostry grafov, úplné grafy a úplné párne grafy, aplikácie teórie grafov, algoritmy.
- **Eulerovské a hamiltonovské grafy** – definície, nutné a postačujúce podmienky pre existenciu eulerovských a hamiltonovských grafov, kreslenie obrázkov jedným ťahom, labyrinty.

Geometria

- **Afinný a euklidovský priestor** – definícia a základné vlastnosti; súradnicový systém, jeho definícia, sústava súradníc a zmena súradnicovej sústavy v rovine; súvis medzi súradnicami bodov v dvoch lineárnych sústavách.
- **Podpriestory afinného priestoru a ich analytické vyjadrenie** – parametrické a neparametrické vyjadrenie priamok a rovín v afinnej rovine a priestore.

- **Vzájomná poloha afinných podpriestorov** – incidencia, rovnobežnosť, rôznobežnosť a mimobežnosť podpriestorov; vyšetrovanie vzájomnej polohy podpriestorov s využitím parametrických a neparametrických rovníc.
- **Zväzky a trsy nadrovín** – zväzky priamok a rovín, trsy rovín – definície, základné tvrdenia; súvis s riešeniami sústavy dvoch, resp. troch lineárnych rovníc.
- **Podmnožiny podpriestorov afinného priestoru** – deliaci pomer; usporiadanie bodov na priamke a pojmy na ňom založené; konvexné množiny – definície úsečky, polpriamky, polroviny a uhla.
- **Metrické vlastnosti lineárnych útvarov v euklidovskej rovine a priestore** – definícia a výpočet vzdialenosti dvoch útvarov, odchýlky priamok a rovín.
- **Trojuholník a štvorsten** – definícia trojuholníka a štvorstena (simplexu); obsah trojuholníka a vzorce na výpočet obsahu a objemu štvorstena; špeciálne typy trojuholníkov (rovnostranný, rovnoramenný, pravouhlý) a niektoré tvrdenia o nich; pravidelný štvorsten; trigonometrické vety.
- **Množiny bodov v euklidovskej rovine definované pomocou vzdialenosti** – kružnica a zväzky kružníc; Apolloniova kružnica.
- **Kuželosečky** – definície kuželosečiek a ich rovnice, základné prvky kuželosečiek; klasifikácia kuželosečiek; regulárne a singulárne kuželosečky.
- **Kuželosečka a priamka** – spoločné body priamky a kuželosečky, dotyčnice a asymptoty kuželosečiek.
- **Kvadríky** – kuželové a valcové kvadratické plochy v euklidovskom priestore; rotačné kvadratické plochy; elipsoidy, hyperboloidy, paraboloidy.
- **Afinné zobrazenia v afinnej rovine** – definícia afinného zobrazenia, analytické vyjadrenie afinného zobrazenia; asociované zobrazenie k afinnému zobrazeniu; samodružné body a smery afinných zobrazení – vlastné hodnoty a smery.

- **Analytické vyjadrenie zhodnosti a podobnosti v euklidovskej rovine** – analytické vyjadrenie zhodností a podobností v rovine; klasifikácia zhodností s použitím samodružných bodov.

Matematická analýza

- **Pojem funkcie** – definícia funkcie, graf funkcie, operácie s funkciami, zložená funkcia, inverzná funkcia.
- **Základné vlastnosti funkcií** – ohraničenosť, monotónnosť, párnosť a nepárnosť, periodická funkcia.
- **Elementárne funkcie** – konštantná, mocninová, polynomičná, racionálna.
- **Elementárne funkcie** – exponenciálna a logaritmická funkcia, goniometrické a k nim inverzné.
- **Spojitosť funkcie** – definícia, základné vlastnosti, spojitosť zloženej funkcie, vlastnosti funkcií spojitých na uzavretom intervale.
- **Limita funkcie** – definícia limity vo vlastnom a nevlastnom bode, jednostranné limity, základné vlastnosti limít, vzťah limity a spojitosti funkcie.
- **Derivácia funkcie** – definícia derivácie, diferencovateľná funkcia, geometrický význam derivácie, základné pravidlá výpočtu derivácie, príklady.
- **Derivácia funkcie** – derivácia elementárnych funkcií, derivácia zloženej funkcie, derivácia vyššieho rádu, príklady.
- **Použitie derivácie na vyšetovanie vlastností funkcie** – monotónnosť, extrémny funkcie, konvexnosť a konkávnosť funkcie, príklady.
- **Vyšetovanie priebehu funkcie** – ukážka na príklade.

- **Základné vety diferenciálneho počtu** – Rolleho, Lagrangeova a Cauchyho veta a ich použitie.
- **Postupnosť** – definícia postupnosti, konvergentná postupnosť a jej vlastnosti, operácie s postupnosťami, aritmetická a geometrická postupnosť.
- **Neurčitý integrál** – zavedenie pojmu, primitívna funkcia, primitívne funkcie k elementárnym funkciám, metódy hľadania primitívnych funkcií (substitučná metóda, metóda per partes), príklady.
- **Neurčitý integrál** – metódy hľadania primitívnej funkcie k racionálnym, iracionálnym, goniometrickým, transcendentným funkciám.
- **Určitý integrál** – zavedenie Riemannovho integrálu, vlastnosti určitého integrálu, Newton-Leibnitzová formula na výpočet integrálu, základné metódy výpočtu určitého integrálu.
- **Aplikácie integrálu** – výpočet obsahov rovinných útvarov, objemov a povrchov rotačných telies a dĺžok kriviek.
- **Číselný rad** – základné pojmy a vlastnosti, operácie s radmi, súčet radu, absolútna a relatívna konvergencia, kritéria konvergenzie (porovnávacie, D’Alambertovo, Cauchyho, Leibnitzovo), operácie s radmi.
- **Funkcionálny rad** – definície a základné vlastnosti (bodová a rovnomerná konvergencia), vlastnosti rovnomerne konvergentných radov, mocninový rad a jeho vlastnosti, rozvoj funkcie do Taylorovho radu.

Teória pravdepodobnosti

- **Pravdepodobnostný priestor ako stochastický model náhodného pokusu** – definícia pojmu, konštrukcia, klasický pravdepodobnostný priestor, príklady.

- **Udalosť a jej pravdepodobnosť** – definícia pojmu, operácie s udalosťami, veta o klasickej pravdepodobnosti, príklady.
- **Náhodná premenná** – definícia pojmu, pravdepodobnostný priestor generovaný náhodnou premennou, Bernoulliho schéma, príklady.
- **Stochastická nezávislosť udalostí** – podmienená pravdepodobnosť, úplná pravdepodobnosť, príklady.
- **Pravdepodobnosť a kombinatorika** – náhodný pokus a množina jeho výsledkov.
- **Základné pojmy štatistiky** – základný a výberový súbor, spôsoby spracovania údajov, deskriptívne charakteristiky a ich interpretácia.
- **Vyšetrovanie závislosti kvantitatívnych znakov** – regresná a korelačná analýza, koeficient korelácie, regresný model, koeficient determinácie a jeho interpretácia.
- **Vyšetrovanie závislosti kvalitatívnych znakov** – χ^2 -test závislosti, p-hodnota testu a jeho interpretácia, príklady.
- **Testovanie hypotéz o zhode parametrov štatistických súborov** – princíp testovania hypotéz, nulová a alternatívna hypotéza, kritériá pre výber testov.
- **Štatistické metódy v pedagogickom prieskume** – príklady použitia vybraných štatistických metód.